Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24
http://www.apm.pt
email: geral@apm.pt

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS DO ENSINO SECUNDÁRIO (CÓDIGO DA PROVA 835) – 2ª FASE – 22 DE JULHO 2024

1.

Soma dos pontos atribuídos a cada candidato:

A -> $4 \times 5 + 2 \times 3 + 3 \times 1 = 29$ pontos

B -> $3 \times 5 + 3 \times 3 + 3 \times 1 = 27$ pontos

C -> $2 \times 5 + 4 \times 3 + 3 \times 1 = 25$ pontos

Para que o César possa ficar em 2º lugar, terá de ter pelo menos mais 3 pontos do que o Bruno, na votação da Daniela. Deste modo a votação da Daniela só poderá ser C > A > B

O que leva à seguinte pontuação final:

A -> $29 + 3 = 32$ pontos

B -> $27 + 1 = 28$ pontos

C -> $25 + 5 = 30$ pontos

Assim teremos:

I -> b) ; II -> b) ; III -> a) ; IV -> c)

2.

Quota: $\frac{530+384+340}{11} = \frac{1254}{11} = 114$

Curso	Nº Alunos	Passo 2	Passo 3	Passo 4
CT	530	$\frac{530}{114} = 4,65$	4	$\frac{530}{5} = 106$
LH	384	$\frac{384}{114} = 3,37$	3	$\frac{384}{4} = 96$

SE	340	$\frac{340}{114} = 2{,}98$	2	$\frac{340}{3} \approx 113{,}33$ (+1)
			Total – 9 (falta 1)	

Distribuição final:

Ciências e Tecnologias -> 4 alunos

Línguas e Humanidades -> 3 alunos

Ciências Socioeconómicas -> 3 alunos

3.

Cálculo de C sem IVA =>$450\times0{,}1476=66{,}42$

Cálculo do IEC =>$450\times0{,}001\times1{,}23=0{,}5535$

Cálculo do PC =>$31\times0{,}1263\times1{,}23=4{,}8158$

Cálculo do AR =>$31\times0{,}0299\times1{,}06=0{,}9825$

IEC + PC + AR + CA + TE = 9,4618

Cálculo de C = V – 9,4618 = 70,4082

$$C=66{,}42\times1+i$$

$$\Leftrightarrow70{,}4082=66{,}42\times1+i$$

$$\Leftrightarrow1+i=70{,}408266{,}42$$

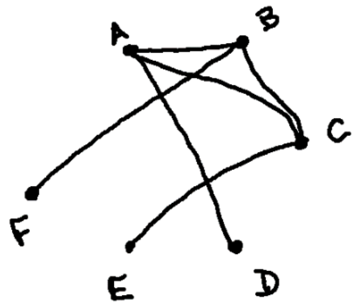
$$\Leftrightarrow1+i=1{,}06\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow i=1{,}06-1=0{,}06$$

Resposta: A taxa do IVA aplicada ao consumo (C) é de 6%.

4.

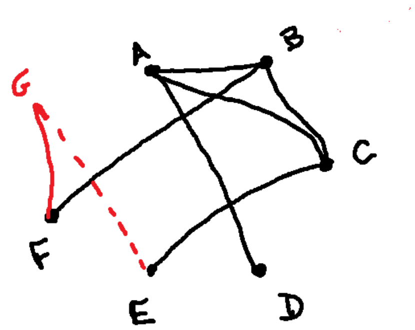
Possível grafo construído, pela equipa, sem incluir a carta G:



Ao acrescentar o ponto G, teremos de acrescentar a aresta FG e procurar um percurso que se inicie com D A B e inclua todos os vértices apenas uma vez.

Só existem duas hipóteses, em ambos os casos teremos de acrescentar também a aresta EG

D A B F G E C ou D A B C E G F

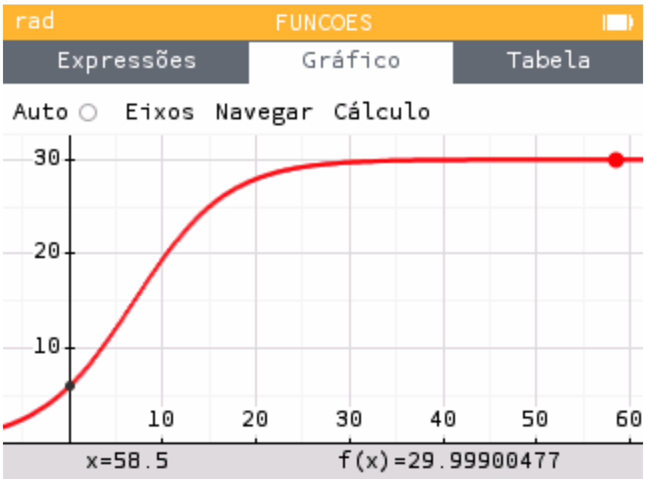


Em qualquer delas são utilizadas a aresta GF – que existe porque as cartas têm a mesma forma (um quadrado); e a aresta EG, que tem de ser acrescentada para que o percurso que se pretende seja possível. Como a carta E tem o número 3, então conclui-se que a carta G tem de ter o número 3 também

5.

5.1.

Observando a representação gráfica do modelo P na calculadora gráfica, podemos verificar que os valores se aproximam de 30, com o passar do tempo.



Como o modelo exprime o número aproximado de utilizadores da aplicação, em centenas, o número de utilizadores tende para 30 centenas, ou seja, 3000

Resposta: **Opção (C)**

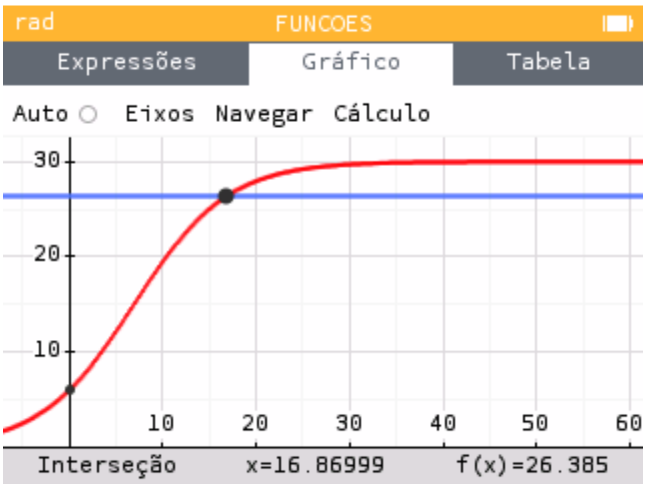
5.2. Calculando o número de utilizadores da aplicação que existia a 1 de fevereiro de 2016, ou seja 1 mês após o dia 1 de janeiro de 2016. , temos:

$N(1) = 9{,}4 - 2{,}01\ 10(1+1)\ 8{,}795$ centenas

Assim, o triplo deste número é:

$3 \times N(1) \approx 26{,}385$ centenas

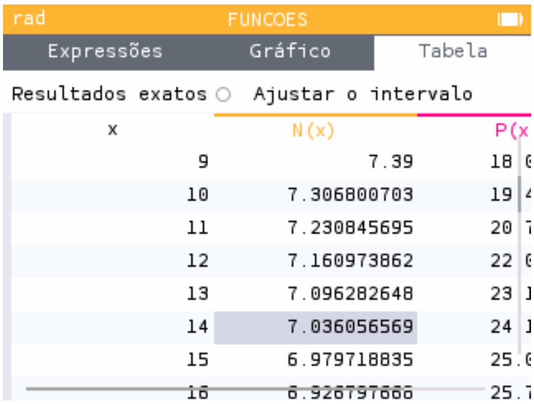
Assim, usando a calculadora gráfica para obter o gráfico da função P(t), relativo ao ano 2021, e também o gráfico da função constante f(x)=26,385 , numa janela adequada, Podemos observar que, aproximadamente 16,87 meses após o dia 1 de janeiro de 2020, o número de utilizadores da aplicação atingiu o triplo do que existia a 1 de fevereiro de 2016.



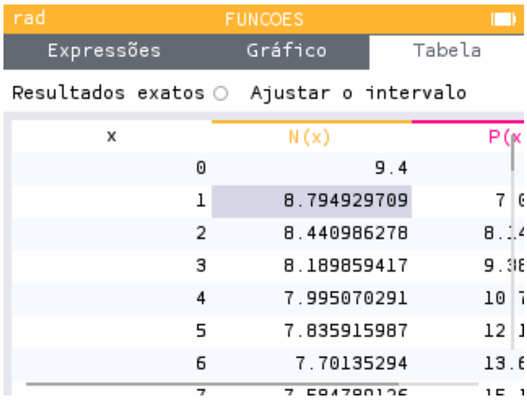
Como 16,87 meses após o dia 1 de janeiro de 2020, corresponde a 4,87 meses após o dia 1 de janeiro de 2021, este momento corresponde a uma data relativa a maio de 2021.

5.3. Representando os dois modelos na calculadora gráfica e observando a sua representação em tabela, podemos verificar que:

- entre 1 de janeiro de 2016 até 31 de dezembro de 2019, foram 14 os meses em que o número de utilizadores da aplicação foi superior a 700 e inferior a 900

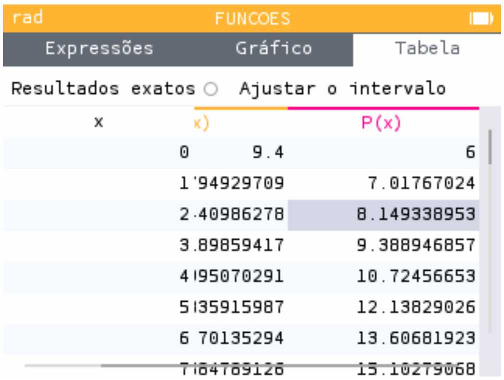


x	N(x)	P(x
9	7.39	18
10	7.306800703	19
11	7.230845695	20
12	7.160973862	22
13	7.096282648	23
14	7.036056569	24
15	6.979718835	25.
16	6.926797666	25.



x	N(x)	P(
0	9.4	
1	8.794929709	7
2	8.440986278	8.
3	8.189859417	9.
4	7.995070291	10
5	7.835915987	12
6	7.70135294	13.

- a partir 1 de janeiro de 2020, o número de utilizadores da aplicação esteve entre 700 e 900 em apenas 2 meses.



x	x)	P(x)
0	9.4	6
1	94929709	7.01767024
2	40986278	8.149338953
3	89859417	9.388946857
4	95070291	10.72456653
5	35915987	12.13829026
6	70135294	13.60681923
7	84789126	15.10279068

Assim, temos que o número de utilizadores da aplicação foi superior a 700 e inferior a 900, em 14+2=16 meses.

Resposta: **Opção (B)**

6.1. Inserindo os dados nas listas da calculadora de modo que:

Lista 1 - (x) – número de equipas que participaram n0 jogo

Lista 2 – (y) – número de equipas que concluíram o jogo

Lista 1	Lista 2
55	24
75	30
100	44
125	62
125	50

Regressão linear y=ax+b

$a = 0{,}474$

$b = -3{,}487$

$y = 0{,}474x - 3{,}487$

Se x=80, então $y = 0{,}474 \times 80 - 3{,}487 = 34{,}433$

Resposta: Com base no modelo de regressão linear, o número de equipas que concluiu no jogo esse mês foi 34.

6.2.

Resposta:

Coluna I	Coluna II
(a)	3
(b)	1, 4, 7
(c)	2, 5, 6

Alguns cálculos auxiliares:

(2) Total de capitães: 75

$$75 \times 0{,}56 = 42\ (21 + 21)$$

(3) 45/5=9

(4) 9 - 6 = 3

15 - 3 = 12

21 - 21 = 0

(5) A-Classe modal é a classe que tem maior frequência

(6)

Marca da Classe (L1)	Totalidade dos capitães (L2)
23	15
33	18
43	42

Estatística de 1 variável L1, L2
Med=43

(7)

Estatística de 1 variável L1, L2
Q1=33

Marca da Classe (L1)	Capitães das equipas que não concluíram (L2)
23	15
33	18
43	42

7.

7.1.

Comecemos por preencher os espaços necessários na tabela

Tempo (em minutos)	F. A.	F. R.	F. R. A.
]0, 10]	x=15	12,5	12,5
]10, 20]		y=52,5-12,5=40	52,5
]20, 30]		60-52,5=7,5	60
]30, 40]	12	70-60=10	70

]40, 50]		92,5-70=22,5	z=100-7,5=92,5
]50, 60]		7,5	100
total		100	

12-----------------10%

Total--------------100%, logo o total é 120 equipas

$\frac{x}{120} = 12{,}5\%$, então $x = 0{,}125 \times 120$=15 equipas para a classe]0, 10]

Resposta:

I -> c) ; II -> c) ; III -> b) ; IV -> a)

7.2.

A classe]30, 40] tem 12 equipas

25% de 12 corresponde a $0{,}25 \times 12 = 3$ equipas.

A subclasse]35, 40] tem 3 equipas fotografadas e a subclasse]30, 35] tem 9.

Casos possíveis: 12×11

Casos Favoráveis:

Se são duas fotos e apenas uma pertence a esta subclasse, pode acontecer que:

a primeira pertença e a segunda não - 3×9

- a segunda pertença e a primeira não - 9×3

Então o valor da probabilidade pedida será de:

$$\frac{54}{132} \approx 0{,}41$$

Resposta: 0,41

8.

Sejam os acontecimentos

V: “participaram pela primeira vez”

C: “pertenciam a equipas que concluíram o desafio”

Da informação constante no enunciado, sabemos que:

- a quarta parte participava pela primeira vez: $P(V) = 25\%$
- 48% não participavam pela primeira vez e pertenciam a equipas que concluíram o desafio: $P(\underline{V} \cap C) = 48\%$
- 56% dos que participavam pela primeira vez pertenciam a equipas que concluíram o desafio:

$$P(V \cap C) = 56\% \times 25\% = 0{,}56 \times 0{,}25 = 0{,}14 = 14\%$$

Colocamos os valores, em percentagem, numa tabela de dupla entrada, e calculamos os restantes:

I) $P(\underline{V}) = 75\% = 0{,}75$

II) $P(V \cap C) = 14\%$

III) $P(\underline{V}) = \frac{P(C \cap \underline{V})}{P(\underline{V})} = \frac{0{,}48}{0{,}75} = 0{,}64$

IV) $P(C) = 62\%$

Assim, as correspondências corretas são:

I) c) II) b) III) c) IV) a)

9.

	C	$\underline{C}$	**Total**
V	14%	11%	25%
$\underline{V}$	48%	27%	75%
Total	62%	38%	100%

9.1.

O número de casos favoráveis a que a pessoa escolhida ao acaso ter preferido o jogo da *Sala de Fuga* A é 200.

Sabendo que a pessoa escolhida ao acaso não indicou nem o C nem o D, então os o número de casos possíveis é apenas $200 + 250 = 450$

Então probabilidade dessa pessoa escolhida ao acaso ter preferido o jogo da *Sala de Fuga* A é

$$\frac{200}{450} = \frac{4}{9}$$

Resposta: Opção (A)

9.2.

Nº total de pessoas que têm intensão de participar num dos jogos de *Sala de Fuga*: $n = 900$

Proporção populacional relativa às pessoas que preferem o jogo de *Sala de Fuga* C, face ao número total de pessoas que têm intensão de participar num dos jogos: $\hat{p} = \frac{324}{900} = 0{,}36$

Considerando o intervalo de confiança para a proporção

$$\left]\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} ; \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[$$

Temos que a amplitude é: $2z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

Assim, igualando a expressão da amplitude ao valor dado, substituindo os valores da proporção $(\hat{p})$ e de n, e resolvendo a equação, temos:

$$2z\sqrt{\frac{0,36(1-0,36)}{900}} = 0,06272 \;\; <=> \;\; z = \frac{0,06272}{2 \times \sqrt{\frac{0,36(1-0,36)}{900}}} <=> z \approx 1,96$$

Assim, temos que o nível de confiança associado ao valor $z \approx 1,96$, ou seja o nível de confiança do intervalo, é 95%.